

深基坑支护中冻土墙力学特性研究综述

东兆星, 崔广心

(中国矿业大学 建筑工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘 要: 人工土冻结技术在地下工程中的应用日益受到国内外重视 对冻结法设计中冻土墙厚度的各种确定方法进行了阐述与分析 另外,还阐述了冻土墙稳定性 可靠性设计的思路 and 具体内容,提出了今后研究的方向

关 键 词: 深基坑; 冻土墙厚度; 力学特性; 可靠性理论

中图分类号: TU 472.9 **文献标识码:** A

Comment on research of mechanical characteristics of frozen soil walls in deep foundation pit support

DONG Zhao-xing, CUI Guang-xin

(College of Architecture and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: Artificial ground freezing techningue will be used extensively in the underground construction, with ever increasing attention paid at home and abroad. Each method of frozen wall thickness was analyzed. The vavious methods for determining thickness of a frozen soil wall are described and analyzed. Meanwhile, the tranin of thought and concrete contents of designing frozen soil walls ' stability and reliablity are also expounded. Finally, its research direction in future is proposed.

Key words: deep foundation pit; frozen soil wall thickness; mechanical characteristics; reliability theory

1 引 言

随着社会经济的不断发展,人口的不断增长和地面空间的相对缩小,开发地下空间已经成为解决这些矛盾的重要手段之一。专家预测 21 世纪将是开发地下空间的世纪。各种地下工程如矿山工程、高层建筑的深基础及地下室、城市地铁及河底、海底及山岭隧道等正在兴建或计划兴建中,与之俱来的深基础和坑壁等的支护成为十分突出的问题。

人工冻结法做为开挖地下工程的临时支护方法之一,由于基本不受支护范围和支护深度的限制,且能有效防止涌水和城市挖掘施工中相临土体的变形,因此,被作为地下工程的主要技术手段而越来越受到学者重视^[1]。完善和发展人工土冻结理论和技术体系不仅具有重要的社会效益,而且具有良好的经济前景。

2 研究现状

目前人工土冻结理论中关于冻结速度、冻结温度

场及均匀温度下冻土强度的计算方法已比较成熟,但对冻土结构物特别是非均匀温度场的冻土体强度和稳定性分析离应用还有一定差距,在结构计算上现在的设计仍采用单纯增大安全系数的方法来增大冻土壁的厚度,其不合理性已受到了更多学者的关注^[1]。

从物理、力学性质来讲实际的冻土帷幕,是一个非均质、各向异性的非线性体。随着作用于其上的土、水压力的逐渐增大,冻土帷幕由弹性体、粘弹性体向粘弹塑性体过渡。从几何特性看,它既可以采用圆形、椭圆形、直板形,也可以采用槽形、T 形、I 形或“空心”板形等变形板形式。当盐水温度和冻结管布置参数一定时,代表冻土帷幕强度和稳定性的综合指标是厚度,而反映冻土帷幕整体性能的综合指标是冻土帷幕的变形。当挖掘工艺和参数、盐水温度和冻结管间距为定值时,控制冻土帷幕厚度是控制其变形的最主要手段。解析分析方法是通过对作用于冻土帷幕上的土、水压力等外载,对冻土帷幕做一定的简化,建立力学模型,从而得到冻土帷幕厚度的计算公式。国外用作基坑支护的冻土帷幕多采用圆形或椭圆形或一系列圆弧组成的冻土墙,运用弹性厚壁圆筒理论进行分

析,按应力条件进行设计。国内有人对悬臂式的冻土直墙用于基坑支护的设计计算进行了探讨。杨平、张乃柱等提出把冻土直墙简化为两竖边简支,底边固定,顶边自由的均质弹性薄板模型,运用弹性薄板小挠度弯曲理论,通过限制墙体的最大挠度(位移)来确定冻土墙的厚度^[2,3];马巍等也提出类似的方法,只是把冻土按弹塑性体考虑^[4]。

对于作用在冻土帷幕上的外载及其分布规律,目前主要还是采用 Rankine(或 Coulomb)土压力理论。当基坑深度达到 50 m 以上时,传统土压力理论就不再适用。根据崔广心等人^[5,6]对深土力学的研究成果表明,作用在深土结构上的外载和分布规律与浅部不同,但仍有很多问题不能合理解释,需要岩土工程学者进一步研究。

对于人工土冻结模拟(模型)试验研究方法,20 世纪初期法国工程师索维斯特最早用模型试验研究了冻结壁强度,之后前苏联学者 B. Γ. 格莫申斯基研究了冻结壁变形和破坏的规律,分析了合理的冻结壁厚度与地压、段高、冻土性质及允许变形等参数之间的关系。文献[7]曾报道 B. Γ. 科尔什涅夫(1959 年)做了冻结砂的模拟试验。在国内,1994 年淮南矿业学院和中煤特殊凿井公司用盐溶液冻结法联合开展了深软土冻土直墙稳定性的模拟研究^[8]。对这种冻结法施工深软土基坑在理论上进行了可行性研究;分析了冻土墙变形的特点及冻土墙暴露时间、冻土平均温度、侧压力、冻土墙跨度等因素对冻土墙变形的影响程度,提出了冻土墙的保温隔热措施,以及直墙形冻土墙拱形化等。

1996 年中国科学院兰州冰川冻土研究所开展了液氮人工冻结地基模型试验^[1],该项研究对液氮冻结管与周围土体的换热以及液氮耗量进行了分析。在相似理论设计基础上,分析了冻土直墙的变形规律。根据试验结果,冻土直墙的最大位移点在墙跨中间底部,这与用盐溶液冻结法模拟试验的结论即最大位移点在墙跨中间顶部不同,其主要原因是两者的边界条件不相似所致。

在人工冻土墙数值模拟研究方面,国内 80 年代开始将有限元法用于冻结壁变形的研究^[9]。马英明、郭瑞平^[10]利用 ADINA 软件包研究了掘砌过程中冻结壁的变形规律,还有许多学者利用 SAP-5、SAP-84 和自编软件对冻结温度场、冻结壁变形规律进行研究,但尚未见到对深基坑冻土帷幕运用数值模拟研究的文献发表。

对于现场实测研究,很多学者在淮南矿区、兖州矿区、淮北矿区、永夏矿区等二十几个井筒中,进行了

冻结壁的应变、应力、位移和温度等参数的实测研究^[11,12],获得了冻结壁径向变形与掘进段高、暴露时间的关系及径向位移在段高内的分布规律,初步获得了冻结压力与深度、土性间的定性关系及数值范围。但对于深基坑冻土帷幕目前尚没有进行过现场实测研究。

本文将重点对深基坑冻土墙设计的计算方法和冻土墙可靠性的设计理论两方面进行综述。

冻土墙厚度是评定应用冻结法经济合理性的基本参数,是人工冻结法技术设计的核心。过大或过小的冻土墙厚度将导致冻土体积大幅度增加或冻土墙破裂,甚至导致地下水的涌出,从而造成整个地下工程的失败。

冻土墙的厚度取决于外部土压力大小、冻土的强度特性、冻土墙暴露高度和时间、冻土和周围环境的温度状况及其它因素,因此冻土墙厚度的计算是一个复杂的热-力学问题,特别是当考虑空间问题、蠕变问题、非均质影响等因素后,要取得其显式简单解是极其困难的。因此在各种设计方法中均对冻土性质做了一些假定。

冻结法凿井中的圆形冻结壁和用于深基坑支护的冻土直墙的安全可靠度一直是冻结施工方法中的技术关键问题。几十年来,人们一直沿用传统设计思路,靠不断人为地加大安全系数来满足安全性设计的要求。显然,大的安全系数和高的结构可靠度不一定是等价的。随着冻结深度(山东巨野矿区表土层厚达 700 m,冻结深度在 500 m 以上)和尺寸(如设计中的润扬大桥锚碇基坑尺寸为 69 m × 53.4 m × 54 m)的不断加大,将面临许多不确定因素的影响。因此,用传统的简单提高安全系数的设计方法就很难保证冻结壁的安全和可靠,必须采用可靠性设计理论对结构进行设计计算。

3 深基坑冻土墙设计计算方法

3.1 冻结壁(圆形冻土墙)厚度设计计算方法

在冻结法凿井施工中,冻结壁厚度的确定是常规设计中重要的几何量。合理的厚度既经济又能保证安全施工。一般在冻结深度小于 100 m 时^[13],将冻结壁视为无限长弹性厚壁圆筒,可以采用弹性理论中的拉梅公式,即

$$E = R_i \left(\sqrt{\frac{\sigma}{\sigma - \varphi_i p}} - 1 \right) \quad (1)$$

式中 E 为冻结壁厚度(m); R_i 为井筒掘进半径(m);

σ 为冻土容许应力(MPa); φ_1 为系数, 当采用第三强度理论时, $\varphi_1 = 2$; 当采用第四强度理论时, $\varphi_1 = \sqrt{3}$; p 为径向外载(MPa)。

当冻结深度在 200 m 左右时, 视冻结壁为均布外压作用下的无限长理想弹塑性厚壁圆筒, 可以采用多姆克公式, 即

$$E = R_s \left[0.29 \frac{p}{\sigma_s} + 2.3 \left(\frac{p}{\sigma_s} \right)^2 \right] \quad (2)$$

式中 σ_s 为与冻结壁暴露时间相适应的冻土长时抗压强度(MPa)。

当冻结深度在 200 m 以上时, 视冻结壁为有限长的塑性(或粘塑性)厚壁圆筒。按强度条件考虑时, 可以采用里别尔曼公式或维亚洛夫公式, 即

$$E = \frac{\sum \gamma_i h_i}{\sigma_r} h K \quad (3)$$

$$\text{或} \quad E = \sqrt{3} \chi \frac{p h}{\sigma_r} \quad (4)$$

式中 h 为段高(m); K 为安全系数, 取 1.1 ~ 1.2; σ_r 为冻土长时抗压强度(MPa); χ 为支承条件系数, 当井内未冻实时, 视冻结壁在段高上端固定, 下端不固定, $\chi = 1$; 当井内冻实时, 视冻结壁在段高上下两端固定, $\chi = 0.5$ 。

若按变形条件考虑, 考虑冻土的流变性, 维亚洛夫等人给出了下列公式:

$$E = R_s \left\{ \left[1 + 3^{\frac{1+m}{2}} (1-\xi) \frac{(1-m)p}{A(\tau, t)} \left(\frac{h}{R_s} \right)^{1+m} \left(\frac{R_s}{\mu_s} \right)^m \right]^{\frac{1}{1-m}} - 1 \right\} \quad (5)$$

式中 ξ 为段高上下端约束程度参数, 若上端固定, 下端不固定时, $\xi = 0$; 若下端基本固定时, $\xi = 0.5$; μ_s 为冻结壁内表面最大容许径向位移值 (m); m 为冻土强化系数; $A(\tau, t)$ 为冻土变形模量, 与时间 t 和温度 τ 有关, 并且有

$$\varepsilon_i = 3^{\frac{1+m}{2}} \frac{\sigma_i}{A(\tau, t)} \quad (6)$$

式中 ε_i 为冻土的应变; σ_i 为冻土的应力(MPa)。

式(1)~(4)均是基于静态空间, 即不考虑未支护段圆形冻土墙随着掘进而不断变形, 其中的冻结管也随之变形。尤其是在深厚粘土层中, 由于其蠕变变形占主导地位, 冻土墙还没破坏, 尚未丧失承载能力时, 造成冻结管变形过大导致冻结管断裂而淹井的事故。

式(5)属于准静态冻结壁设计公式, 较式(1)~(4)前进了一大步, 但通过分析冻结井中圆形冻土

墙的变形过程不难发现, 其未支护段高内变形与掘进速度、上下端约束、未支护段高度等有关, 其内冻结管的变形也随之而变。更重要的是它还与土层性质尤其是其流变性质有关, 且均与时间有关。式(5)没能直接反映时间因素, 而是将时间因素和温度影响隐含于一个参数 $A(\tau, t)$ 中, 这样做有时往往过于保守而浪费大量投资。陈湘生等通过十多年对我国人工冻土尤其是人工冻结蠕变性粘土的试验研究, 得到了考虑时间效应的深部圆形冻土墙厚度动态设计公式^[14]。

3.2 冻土直墙厚度设计计算方法

基坑维护中的平面冻土墙(直墙)尺寸越来越大, 一般情况下, 冻土直墙厚度按变形条件设计, 即将坑底和墙顶分别视为固定边和自由边, 墙两端为铰支边, 按弹性理论李兹方法可推出冻土直墙的厚度公式为^[12]

$$e = \sqrt[3]{\frac{8pH^4(1-\mu^2)}{E\pi[u] \left[2 + \left(\frac{4}{3} - 2\mu \right) \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^4 \right]}} \quad (7)$$

式中 $\bar{p}$ 为冻土墙所受土压力的等效均布值(MPa); H 为冻土墙计算深度 (m); μ 为冻土泊松比, $\mu = 0.2 \sim 0.5$; E 为冻土长时弹性模量(MPa); $[u]$ 为冻土墙允许变形量, 一般由冻结管允许挠度确定, 取为 $0.02H$; L 为冻土墙跨距(m)。

式(7)并未考虑冻土的蠕变特性和大跨度, 而在实际工程中, 冻土蠕变产生的位移不可忽视, 因此, 应用冻土变形模量 E_t 代替式(7)中的 E 。 $E_t = \frac{\sigma}{\varepsilon}$, 且其应力-应变关系为

$$\varepsilon = A(T) \sigma^B t^C \quad (8)$$

式中 $A(T)$, B , C 分别为温度、应力、时间的蠕变参数。

将上式代入 E_t 的表达式得

$$E_t = \frac{\sigma}{A(T) \sigma^B t^C} \quad (9)$$

由于将冻土墙视为薄板, 故可用 $\bar{p}$ 代替 σ , 因此可得冻土墙的厚度计算公式为^[13,15]:

$$e = \sqrt[3]{k \frac{(1-\mu^2) A(T) \bar{p}^B H^4 t^C}{u_{\max} \pi \left[2 + \left(\frac{4}{3} - 2\mu \right) \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^4 \right]}} \quad (10)$$

式中 $k = 2$ (三角形分布外载时) 或 $k = 8$ (均布外载时)。

利用式(10)确定出冻土墙厚度后, 还应按强度条件进行抗倾覆、抗剪切和抗弯校核^[16~18], 这里从略。

4 深基坑冻土墙可靠性设计理论

4.1 研究现状

可靠性设计理论是以大量的统计数据为依据的,由于目前还缺乏对冻结壁足够而系统的统计数据,以及工程技术人员不熟悉可靠性设计方法,且缺乏相应的设计规范和验收标准,因此,在冻结法凿井中采用可靠性设计理论仍需要做长期、细致的工作。

付厚利^[19]对深厚表土层中冻结壁可靠性设计理论进行了初步探索,分析了影响冻结壁稳定的诸多因素,给出了冻结管临界变形量所对应的冻结壁总变形量表达式,并将其作为结构的强度函数表达式,对相应控制层的冻结壁变形进行了蠕变分析,给出了冻结壁变形量表达式并作为结构的应力函数表达式,最后给出了冻结壁的可靠性指标。

高大钊^[20,21]对软土深基坑支护中采用可靠性设计理论进行了研究,指出了现行结构设计规范中存在的问题:建筑物上部结构设计已全部采用基于可靠度理论的新规范,而在基础工程(包括基坑)中,仅桩基工程采用了可靠度设计,其它均采用定值设计,因此存在各种不协调的问题,应尽快采用概率极限状态设计方法。一方面应对深大基坑的各种可能失效模式进行可靠性分析,寻求最易失事的失效模式,为设计和采取施工措施提供依据;另一方面为传统设计提供各类荷载和抗力的分项系数,使设计原则趋于统一。

周东等^[22]对深基坑支护中非重力式支护进行了稳定性概率分析,提出的失效模式主要有三种:整体滑动、坑底隆起、坑底管涌或流土。但在概率计算中由于统计数据的不足仅考虑了前两种失效模式,并得到了相应的可靠性指标和失效概率。

该文中以粘性土层中悬臂式钻孔灌注桩基坑支护为例,采用条分法进行了稳定性分析,得到了两种破坏模式下抗滑力矩和下滑力矩的均值和方差,以某一具体工程为例计算出该基坑系统的失败概率为小概率事件,则可认为基坑安全。

况龙川、刘国彬等^[23-25]对上海软土基坑水泥土挡墙进行了稳定性可靠度分析及可靠度指标研究,利用一次二阶矩验算点法(JC法),以土层剪切强度指标为基本变量,对水泥土挡墙稳定性设计内容建立了可靠度分析方法。基于水泥土挡墙可能的3种失效模式(即抗整体失稳、抗水平滑动和抗绕支护体前趾倾覆)的定值计算公式,推出其以土层剪切强度指标为基本变量的极限状态方程。依据上海软土地区21例工程地质资料的土层剪切强度指标的统计值,计算出3种

失效模式的可靠度指标,并得出了3种不同设计理论结果之间(即安全系数与可靠度指标)具有近似线性的关系的结果,其中抗整体失稳模式的可靠度指标随安全系数提高有显著增大,其次是抗倾覆模式和抗水平滑动模式。

另外文献[26~28]等还对边坡的稳定性进行了可靠度分析。

4.2 深基坑冻土墙失效模式与设计计算方法

深基坑冻土墙作为临时支护结构一般应采用重力式挡墙理论,其失效模式主要有:变形量过大导致冻结管断裂、倾覆、整体失稳、水平滑动、地基承载力丧失、坑底隆起和坑内管涌等。而变形量过大导致冻结管断裂进而使冻土墙整体破坏,可以作为目前冻土墙的失效评判标准。按冻结法凿井的现行标准,冻结壁总变形量应控制在50 mm以内^[29]。但实践表明,该数据的确定也有很大的随意性,如金桥矿主井冻结施工中,冻结管采用内衬箍坡口对接焊技术,井帮位移最大时达130 mm而未断管,这证明冻结壁的失效标准还应进一步建立在对冻结管失效标准的研究基础上。

另外,也可根据冻结管相对挠度 f 不超过允许值 $[f]$ ($[f]$ 取0.01~0.02)来作为失效标准,即 $f \leq [f]$ 。

上述7种失效模式的定值计算公式分别为

$$f \leq [f] \quad (11)$$

$$K_Q = M_R / M_0 \quad (12)$$

$$K_Z = \frac{\sum C_i l_i + \sum (q_i b_i + w_i) \cos \alpha_i \tan \phi_i}{\sum (q_i b_i + w_i) \sin \alpha_i} \quad (13)$$

$$K_H = (\tan \phi_0 \sum G + c_0 A) / \sum H \quad (14)$$

$$K_c = (\xi_c c N_c + \xi_q q N_q + \xi_\gamma \gamma B N_\gamma / 2) / \sigma_v \quad (15)$$

$$K_L = (\gamma D N_q + c N_c) / [\gamma(H + D) + q] \quad (16)$$

$$K_c = \gamma' / j \gamma_w \quad (17)$$

式中 f 为冻结管相对挠度; l_i, b_i, α_i 为土条划分的几何参数; w_i 和 q_i 分别为 I 土条的自重和其上超载; $c_i (c_0, c)$ 和 $\phi_i (\phi_0, \phi)$ 为土的抗剪强度指标; M_R 和 M_0 分别为挡墙的抗倾覆力矩和倾覆力矩; $\sum G$ 和 $\sum H$ 分别为作用在挡墙上的竖向力和水平力; H, D, B 和 A 分别为挡墙的支挡深度(即开挖深度)、插入深度、宽度和底面积; q 为地面超载; ξ_c, ξ_q 和 ξ_γ 为承载力修正系数; N_c, N_q 和 N_γ 为地基承载力系数; σ_v 为作用在地基土上的竖向应力; γ 和 γ' 分别为地基土上的天然重度和浮重度; γ_w 为地下水重度; j 为渗流水力梯度。

依据上述7个定值计算公式,需分别建立极限状态方程,它们是以挡墙的几何尺寸和重度、地面超载、

土抗剪强度指标及地下水位等作为基本变量,以 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 表示可能涉及到的全部变量,则极限状态方程为

$$Z_i = g_i(X) = g_i(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (18)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, 7$ 表示前述 7 种可能失效模式。

然后利用一次二阶矩验算点法(JC 法)就可以对有关失效模式进行可靠度计算。

4.3 实现冻土墙可靠性设计尚需做的工作

结构可靠性设计理论的发展已较为成熟,并且在建筑结构设计中有成功的应用实例。同时,经过多年对冻结法凿井中冻结壁的大规模工程实测研究、物理模拟实验和模型试验研究、数值模拟研究,取得了大量的基础性资料和研究成果,故对于冻结壁采用可靠性设计理论具有一定的可行性。

对于深基坑支护中采用冻结法的实例并不多,该方面的工程实例研究刚刚开始,但可以借鉴深基坑其他支护方式中大量的实测数据与冻结法凿井中冻结壁的研究成果,尽快建立相应的设计规范和验收标准,以消除人们对这种“新”的基坑支护方式的恐惧心理,真正使人工冻结技术大量应用于深基坑支护中,这又可促使对其设计理论进一步完善。

5 结 语

人工土冻结技术自 19 世纪在英国首次应用以来,国内外已将其广泛应用于各种地下工程中^[1],为解决深大地下工程支护的主要手段之一。随着人工土冻结技术的不断发展和完善,相信会有更广阔的应用前景。

参 考 文 献

- [1] 陈瑞杰,程国栋,李述训等. 人工地层冻结应用研究进展和展望[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1):40-44.
- [2] 张乃柱,王建成,杨平等. 应用冻结法在含水砂层中施工地下建筑物[A]. 王长生主编. 中国地层冻结工程 40 年论文集[C]. 北京:煤炭工业出版社, 1995. 460-464.
- [3] 杨平. 平面冻土墙变形计算的理论分析[J]. 阜新矿业学院学报, 1997, 16(4):499-503.
- [4] 马巍,吴紫汪. 深基坑维护中人工冻土墙厚度的计算[R]. 兰州:中国科学院兰州冰川冻土研究所冻土工程国家重点实验室, 1996.
- [5] 崔广心. 论深厚表土层中确定地下结构无外在的基础理论——深土力学[J]. 煤炭学报, 1999, (2):123-126.
- [6] 崔广心. 深土冻土力学——深土力学发展的新领域[J]. 冰川冻土, 1998, (2):97-99.
- [7] 卢清国. 冻结壁变形规律的模拟试验研究[硕士学位论文D]. 徐州:中国矿业大学, 1988.
- [8] 汪仁和,郁楚侯,王贵淳等. 冻土墙稳定性的模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(5):52-57.
- [9] 万禧. 冻结壁的有限元分析[J]. 淮南矿业学院学报, 1984, (1):8-12.
- [10] 马英明,郭瑞平. 冻结凿井中冻结壁位移规律及影响因素的研究[J]. 冰川冻土, 1989, 11(1):20-23.
- [11] 李功洲,陈文豹,陈四楼. 主、副井冻结段外层井壁位移实测研究[J]. 煤炭学报, 1995, 20(4):403-407.
- [12] 李功洲. 深井冻结壁位移实测研究[J]. 煤炭学报, 1995, 20(1):99-104.
- [13] 崔广心,杨维好,吕恒林. 深厚表土层中的冻结壁和井壁[M]. 徐州:中国矿业大学出版社, 1998.
- [14] 陈湘生. 圆形冻土墙动态设计方法[J]. 岩土力学, 1997, 18(增):218-222.
- [15] 张晶,杨更社. 深基坑维护中冻土墙厚度的计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(6):799-801.
- [16] 龚晓南,高有潮. 深基坑工程设计施工手册[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 1998.
- [17] 胡玉银. 挡土墙抗倾覆稳定性分析[J]. 同济大学学报, 1995, 23(3):321-325.
- [18] 姜洪伟,赵锡宏,张保良. 各向异性条件下深基坑抗隆起稳定性分析[J]. 同济大学学报, 1995, 23(3):294-298.
- [19] 付厚利. 深厚表土层中的冻结壁可靠性设计理论初探[J]. 建井技术, 1999, 20(4):32-34.
- [20] 高大钊. 软土深基坑支护技术中的若干土力学问题[J]. 岩土力学, 1995, 16(3):1-6.
- [21] 高大钊. 土力学可靠性原理[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 1989.
- [22] 周东,吴恒,王业田. 深基坑支护稳定性概率分析[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(5):630-632.
- [23] 况龙川,高大钊. 上海软土基坑水泥土挡墙的可靠度指标研究[J]. 同济大学学报, 1998, 26(6):640-643.
- [24] 况龙川. 水泥土支护体稳定的可靠度分析[J]. 岩土力学, 2000, 21(1):45-48.
- [25] 刘国彬,沈建明,侯学渊. 深基坑支护结构的可靠度分析[J]. 同济大学学报, 1998, 26(3):260-264.
- [26] 祝玉学. 边坡可靠性分析[M]. 北京:冶金工业出版社, 1993.
- [27] 包承纲. 土坡在非常条件下稳定分析的概率方法[J]. 岩土工程学报, 1987, 9(3):16-25.
- [28] 柴贺军. 粘性土边坡破坏的随机模糊可靠度分析模型[J]. 水文地质工程地质, 1998, 25(3):35-37.
- [29] 路耀华,崔增祁. 中国煤矿建井技术[M]. 徐州:中国矿业大学出版社, 1995:428-439.